

جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران

ش صندلی (ش داوطلب):	نام واحد آموزشی: دبیرستان شاهد معلم	نوبت امتحانی: دی ماه ۱۳۹۱	ساعت امتحان: صبح
نام و نام خانوادگی:	نام پدر:	رشته: ریاضی	وقت امتحان: دقیقه
سؤال امتحان درس: جبر و احتمال	نام دبیر:	سال تحصیلی: ۱۳۹۱-۱۳۹۲	تاریخ امتحان: ۱۰ / ۱۳۹۱
			تعداد برگ سؤال: ۲ برگ

بارم	۱- عبارات زیر را کامل کنید.
۱	الف) استدلال استقرایی روش نتیجه گیری کلی بر مبنای مجموعه است. ب) شهود می تواند یک دانش یا احساس بدون باشد. ج) وقتی از استدلال استنتاجی استفاده می کنیم مطمئن هستیم جواب است. د) استقرای تعمیم یافته استقرایی است که ۲- با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنید که اگر n عدد طبیعی باشد $2^{4n} - 1$ بر ۱۵ بخش پذیر است.
۱	۳- با استفاده از استقرای تعمیم یافته ابتدا m مورد نظر را بیابید سپس ثابت کنید که اگر $n \geq m$ ، آنگاه: $\frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2^n - 1} < \frac{n-2}{2}$
۱	۴- با کمک استدلال استنتاجی ثابت کنید سه برابر مربع یک عدد فرد منهای سه مضربی از ۲۴ است.
۲	۵- کدامیک از احکام زیر درست و کدام نادرست است؟ مثال نقض بزنید. الف) اگر $\sin \theta \in Q^c \iff \operatorname{tg} \theta \in Q^c$ ب) اگر α یک عدد گنگ باشد آنگاه α^{-1} نیز گنگ است. ج) به ازای هر x داریم $\sqrt{-x^3} = -x\sqrt{x}$ د) اگر a عدد گویا و b گنگ باشد آنگاه a^b همواره گنگ است.

۱	۶- اگر a^2 یک عدد گویا و $\sqrt[3]{5}$ نیز گنگ باشد ثابت کنید $a^2 + \sqrt[3]{5}$ گنگ است.
۱/۵	۷- ثابت کنید به ازای هر $a, b \in R^+$ باشد داریم $\frac{b}{a^2} + \frac{a}{b^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$
۱/۵	۸- اگر در گله ای ۵ رنگ و ۴ نژاد از یک دام وجود داشته باشد حداقل چند دام باید وجود داشته باشد تا دست کم سه دام از یک رنگ و یک نژاد وجود داشته باشد؟
۱	۹- اگر $A = \{x x > 1\}$, $B = \{x x < -1\}$ باشد مطلوبست $A' \cap B'$
۱	۱۰- اگر $A = \{a, \{a\}\}$, $B = \{\{a\}, a-1\}$ باشد حاصل $(A \cup B) - [(A-B) \cup (B-A)]$ را بدست آورید.
۱	۱۱- قضیه: اگر $A \subseteq B$ باشد ثابت کنید $A \cup B = B$
۱	۱۲- به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: الف) $(A-B) \cup (A-C) \cup (A-(B' \cup C')) = A$ ب) اگر $A \subset B \Rightarrow B' \subset A'$

۱	ج) $A\Delta A' = u$
۱	۱۳- اگر $A = \{2^x \mid x \in \mathbb{Z}, x+1 < 2\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 \leq 4\}$ تعداد زیرمجموعه های مجموعه $B^2 - A^2$ را بدست آورید.
۱/۵	۱۴- اگر $A = [2, +\infty)$, $B = \{x \mid x^2 - 1 \leq 3\}$ مطلوبست رسم $A \times B$, $B \times A$
۱/۵	۱۵- رابطه زیر روی مجموعه R تعریف شده است، نمودار آن را رسم کنید. $R = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4, x+y > 2\}$
۲۰	موفق باشید جمع کل