

جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران

ش صندلی (ش داوطلب):

نام واحد آموزشی: دبیرستان شاهد معلم

نوبت امتحانی: دی ماه ۱۳۹۰

ساعت امتحان: صبح

نام و نام خانوادگی:

نام پدر:

رشته: ریاضی

وقت امتحان: دقیقه

تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۰

پایه: سوم

سال تحصیلی: ۱۳۹۰-۱۳۹۱

سؤال امتحان درس: جبر و احتمال

نام دبیر:

تعداد برگ سؤال: ۲ برگ

۱- با استفاده از اصل استقرای ریاضی نشان دهید:

$$\text{الف)} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n} \quad (n \in \mathbb{N})$$

بارم

۱.۵

$$\text{ب)} \quad 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n} > n \quad (n \geq 2)$$

۱.۵

۲- با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید مجموع هر سه عدد فرد متوالی مضرب ۳ است.

۱

۳- اگر $\sqrt{2}$ گنگ باشد ثابت کنید $\sqrt{\sqrt{2}+1}$ گنگ است.

۱.۲۵

۴- اگر x عددی حقیقی و منفی باشد ثابت کنید $-2 \geq x + \frac{1}{x}$

۱.۵

۵- الف) برای اینکه در یک کلاس دست کم ۴ دانش آموز در یک ماه از سال متولد شده باشند این کلاس حداقل باید چند دانش آموز داشته باشد؟

۰.۷۵

ب) هفت نقطه درون شش ضلعی منتظمی به طول ضلع یک واحد انتخاب کرده ایم. ثابت کنید فاصله دست کم دو تا از نقاط از ۱ کمتر است.

۱

۱.۵	۶- دلیل درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را بنویسید. الف) اگر $x > 1$ باشد آنگاه $5 - x^2 < 4$ ب) حاصل ضرب هر دو عدد زوج متوالی مضرب ۱۸ است. ج) مربع مربع هر عدد گنگ، عددی گویاست.
۱	۷- اگر A و B دو مجموعه باشند: الف) اگر $A \subseteq B$ باشد ثابت کنید $A \cup B = B$ ب) اگر $A \subseteq B$ باشد ثابت کنید $B' \subseteq A'$
۲	۸- با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید: $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A' \cup B')] = B$
۱.۵	۹- $A = \{2^k \mid k \in N, k \leq 2\}$, $B = \{x \mid x \in N, x^2 < 10\}$ الف) اعضای A و B را مشخص کنید. ب) مجموعه $A^2 - B^2$ را با اعضایش نشان دهید. ج) مجموعه توانی $A^2 - B^2$ چند عضو دارد؟
۰.۷۵	۱۰- x و y را طوری بیابید که دو زوج مرتب $(15, x - y)$, $(x^2 - y^2, 3)$ با هم برابر باشند.

۱.۵	۱۱- اگر $B = \{x \mid x^2 \leq 3, x \in \mathbb{Z}\}$, $A = \{4^x \mid x \in \mathbb{Z}, x \leq 1\}$ باشند: الف) اعضای مجموعه $A \times B - B^2$ را مشخص کنید. ب: نمودار آن را نیز رسم کنید.
۱	۱۲- اگر $A_n = [\frac{-1}{n}, \frac{2n-1}{n}]$ باشد، نمودار $A_1 \times A_2$ را رسم کنید.
۱.۵	۱۳- نمودار رابطه $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 9, x + y \geq 3\}$ را رسم کنید.
۰.۷۵	۱۴- مجموعه $A = \{a, b, c, \}$ را به سه زیر مجموعه افراز کنید.
۲۰	موفق باشید جمع کل